

PRIMERA
EDICIÓN
MAYO
2024

Guía de Estudio para la Acreditación de Conocimientos Equivalentes al Bachillerato General

SECCIÓN:
RECURSOS
SOCIOCOGNITIVOS

Unidad de aprendizaje curricular:

PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

PRESENTACIÓN

La presente guía de estudio ha sido elaborada con el objeto de brindar a los postulantes un apoyo impreso/digital, el cual permitirá orientar y fortalecer los conocimientos y habilidades necesarias para abordar los temas inherentes a los componentes de formación enunciados en el marco curricular común de la educación media superior de la nueva escuela mexicana.

En las siguientes páginas se abordarán actividades de análisis, planeación y ejecución con propósito de estimular la comprensión y asimilación de nuevos conceptos, dichas actividades tienen la intención de motivar a los postulantes a participar de manera activa en la construcción de su propio conocimiento, y con esto, aplicar el examen para la acreditación de conocimientos equivalentes a bachillerato general.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN	1
PRESENTACIÓN DEL COMPONENTE DE FORMACIÓN	4
OBJETIVO GENERAL	5
ESTADÍSTICA	6
OBJETIVO ESPECÍFICO	6
<i>Actividad de aprendizaje</i>	7
VARIABLES: CUALITATIVA Y CUANTITATIVA	8
OBJETIVO ESPECÍFICO	8
<i>Actividad de aprendizaje</i>	9
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	10
OBJETIVO ESPECÍFICO	10
<i>Actividad de aprendizaje</i>	11
ESPACIO MUESTRAL	12
OBJETIVO ESPECÍFICO	12
<i>Actividad de aprendizaje</i>	13
PORCENTAJES	14
OBJETIVO ESPECÍFICO	14
<i>Actividad de aprendizaje</i>	15
SERIES Y SUCESIONES	16
OBJETIVO ESPECÍFICO	16
<i>Actividad de aprendizaje</i>	18
ARITMÉTICA: OPERACIONES CON FRACCIONES	19
OBJETIVO ESPECÍFICO	19
<i>Actividad de aprendizaje</i>	20
OPERACIONES ARITMÉTICAS: SÍMBOLOS DE AGRUPACIÓN, LEY DE LOS SIGNOS.	21
OBJETIVO ESPECÍFICO	21
<i>Actividad de aprendizaje</i>	22
ALGEBRA: OPERACIONES CON POLINOMIOS	23
OBJETIVO ESPECÍFICO	23
<i>Actividad de aprendizaje</i>	25
ALGEBRA: ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA	26
OBJETIVO ESPECÍFICO	26
<i>Actividad de aprendizaje</i>	27
TRIGONOMETRÍA	28
OBJETIVO ESPECIFICO	28
<i>Actividad de aprendizaje 1</i>	29

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

<i>Actividad de aprendizaje 2</i>	31
<i>Actividad de aprendizaje 3</i>	34
<i>Actividad de aprendizaje 4</i>	36
<i>Actividad de aprendizaje 5</i>	37
BIBLIOGRAFÍA	38

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

PRESENTACIÓN DEL COMPONENTE DE FORMACIÓN

La presente guía comprende temas vinculados a las matemáticas a nivel medio superior, con la finalidad de desarrollar y fortalecer al postulante con contenidos orientados al auto-aprendizaje. Se incluyen temas que se consideran necesarios para entender el entorno, ofreciendo casos y/o problemas, ilustrados, mismos que ayudarán a facilitar el análisis y comprensión de los contenidos.

Se abordarán temas de estadística, la cual se pretende conceptualizar como una herramienta esencial en la vida diaria ya que nos permite entender nuestro entorno de una manera más cuantificada y objetiva, permitiéndonos tomar decisiones más informadas y fundamentadas a través de las variables cualitativas y cuantitativas.

Más adelante se encontrarán temas para comparar e interpretar datos al analizar una colección de valores observados, tales como, las medidas de tendencia central. Por otra parte, para calcular la frecuencia con que se obtienen resultados de un evento formados por elementos de una muestra se demuestra en el desarrollo del espacio muestral.

Posteriormente se aborda el tema de Porcentaje, los cuales se usan como representación de un todo útil en la vida cotidiana para calcular proporciones, tanto por ciento, interés, etc. También podrás encontrar el tema de sucesiones, utilizado normalmente cuando deseamos pronosticar con cierta precisión algunos datos, en tanto para conocer la una secuencia de cosas, objetos que se hayan ordenado siguiendo algún criterio nos brinda el estudio de las series.

Dentro de la aritmética nos encontramos en un mundo de posibilidades para desarrollar como es el caso de las fracciones, mismo que se trata de un lenguaje matemático que se utilizan para hacer distribuciones, reparticiones, dividendos, expresándolos de forma numérica.

No podía faltar el uso de los signos de agrupación que sirven para dar prioridad a las operaciones que están dentro de ellos. Lo cual en este apartado plantea el uso de los signos de paréntesis, corchetes y llaves, al realizar una operación aritmética aplicando la ley de los signos según la operación aritmética que se desea realizar.

Cuando llegues al tema de algebra estudiarás las operaciones con polinomios identificándolos como una expresión algebraica formada por la combinación de varios términos, así como los tipos y grados de un polinomio, desarrollando y aplicando las reglas para cada operación básica, ejecutando la ley de los signos y la ley de los exponentes.

Además, dentro de la inmensidad de la Trigonometría se analizan los conceptos de función, relación, teoría de conjuntos, conjunto universal como una forma de organizar un contexto a situación a analizar, partiendo fundamentalmente de un análisis y datos críticos. Representados dichos elementos mediante un diagrama de Venn. Lo anterior, nos da lugar a identificar que el estudio de una Función y relación, nos permite identificar los elementos pertenecientes o excluyentes a un conjunto.

Finalmente notarás que las funciones y relaciones en un contexto, nos permite cambiarlo a un lenguaje matemático, para expresarlo en forma de ecuación, obteniendo datos numéricos para ser interpretados ante una situación cotidiana. Debido a que una función es una manera de relacionar

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

dos magnitudes de forma unívoca. Siendo una variable dependiente y la otra independiente. Y estas pueden ser interpretadas mediante tabulaciones, conjuntos de pares ordenados o gráficas.

OBJETIVO GENERAL

La guía de estudio tiene como objetivo facilitar los conocimientos básicos del pensamiento matemático, de tal manera que el postulante comprenda, analice y resuelva problemas de manera autónoma y con ello, afiance su propio conocimiento mediante el desarrollo teórico, ejemplificación y actividades de aprendizaje.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

ESTADÍSTICA

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante reconocerá las características principales de la estadística, su clasificación y proceso para resolver problemas.

La estadística es una disciplina científica que se ocupa de la obtención, orden y análisis de un conjunto de datos con el fin de obtener explicaciones y predicciones sobre fenómenos observados. Existen dos ramas principales: La estadística descriptiva y la estadística inferencial.

La estadística descriptiva se enfoca en describir y resumir los datos que ya tenemos, mientras que la estadística inferencial se enfoca en hacer deducciones y generalizaciones sobre una población a partir de una muestra de datos.

Algo que caracteriza a la estadística es que se trata de una herramienta esencial en la vida diaria y ayuda a entender el mundo a nuestro alrededor de una manera más cuantificada y objetiva, permitiéndonos tomar decisiones más informadas y fundamentadas. Gracias a la estadística podemos conocer los datos de manera sencilla, para poder interpretarlos, dibujarlos e incluso nos permite predecir el futuro. El proceso de la estadística para la comprensión de fenómenos, se utiliza información sobre objetos, sucesos o personas para ser interpretarlos de manera ordenada que es recopilación, organización, estudio y análisis, finalmente interpretar o presentar resultados.

Para comprender con mayor claridad lo antes expuesto realicemos el siguiente ejemplo:

¿Cuál es el porcentaje de unidades defectuosas con que opera determinado proceso de producción?

Explicación

Un fabricante quiere calcular el porcentaje de unidades defectuosas con que opera su proceso de producción. En este caso la población la constituyen todas las unidades fabricadas mientras el proceso se mantenga en su actual estado. En este caso el número de elementos de la población es teóricamente infinito.

Para dar respuesta a dicho caso, se debe recopilar la información precisa del proceso de producción, organizar dicha información para ser estudiada y analizar el porqué de las unidades defectuosas y así, interpretar de manera numérica (en porcentaje), presentar los resultados al fabricante para la toma de decisiones.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

Con tus propias palabras agrega en el texto que a continuación se presenta, el proceso que debe llevarse a cabo para poder explicar un proceso estadístico.

Se quiere averiguar la proporción de electores de Monterrey que votarán a un determinado candidato en las próximas elecciones municipales. En este caso la población está formada por todos los habitantes censados en Monterrey con capacidad de voto.

Solución:

Recopilar información acerca de los electores de Monterrey que votarán, para identificar a los postulantes y así organizar dichas propuestas hechas por los candidatos, para ser estudiada a la población que será censada y finalmente analizar la información arrojada. Con la finalidad de dar a conocer la proporción de electores que votaron por cierto candidato.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

VARIABLES: CUALITATIVA Y CUANTITATIVA

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante identificará las características principales de la clasificación de las variables utilizadas en los procesos estadísticos básicos.

El término variables se define, como las cualidades, propiedades o características de los sujetos de estudio que pueden ser observadas o enumeradas.¹

Las variables estadísticas pueden ser de dos tipos:

- Variables Cualitativas: son aquellas en la que los resultados posibles *no son valores numéricos*. Por ejemplo: estatus social, color del pelo, nacionalidad, tipo de ropa preferida, estaciones del año, etc.
- Variables Cuantitativas: se trata de aquellas cuyo resultado es un número o todo aquello que sea medible. Por ejemplo: Velocidad, temperatura, masa corporal, etc.

Para ejemplificar con mayor claridad lo antes mencionado, se muestra el siguiente gráfico.

Variables Cualitativas		Variables Cuantitativas	
Calidad de un celular:	Excelente, buena, regular, malo.	Temperatura:	30°, 15°, 38°
Nacionalidad:	Mexicana, canadiense, peruana.	Masa corporal:	18.5, 24.3, 19.0
Estaciones del año:	Primavera, verano, otoño, e invierno.	Velocidad:	60 km. 180 km/h

¹ Extraído de: https://www.revista2.fcm.unc.edu.ar/Rev.2009.3/VARIABLES_CUESTA.pdf, consultado el 23 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

De la siguiente lista de variables, identifica si pertenecen a variables cualitativas o cuantitativas, colocándolas en la columna de la derecha.

Variables: Color de un auto, precio de una casa, color de pelo, estatura de las personas, peso de un toro y tipos de comida, estudio fotográfico, velocidad de un avión, estatus social, precio de la fruta.

Cualitativas:

- Color de un auto
- Color de pelo
- Tipos de comida
- Estudio fotográfico
- Estatus social

Cuantitativas:

- Precio de una casa
- Estatura de las personas
- Peso de un toro
- Velocidad de un avión
- Precio de la fruta.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante reconocerá las medidas de tendencia central para posteriormente comparar e interpretar los resultados al analizar una colección de valores observados.

Las medidas de tendencia central son medidas estadísticas que pretenden resumir en un solo valor a un conjunto de valores.

Las características de un conjunto de datos estadísticos se resumen a una serie de cantidades numéricas llamadas parámetros estadísticos. Estas ayudan a conocer de forma aproximada el comportamiento de una distribución estadística. Las medidas de tendencia central son: el promedio, o la media, la moda y la mediana.

La media es el valor promedio del grupo datos, es decir, la cifra que se obtiene al sumar todos los datos y dividir el resultado entre la cantidad de los mismos. La media aritmética se expresada como \bar{x} .

La mediana es el valor central, es decir, el que se encuentra en la mitad. Para encontrar la mediana, se ordenan los datos de menor a mayor o viceversa y se elige justo el número que se encuentre en la mitad de la serie.

Para ubicar la moda basta con poner atención al dato que más veces se repite en una serie. Se simboliza normalmente por M_o .

Para ejemplificar con mayor claridad lo antes mencionado, resolveremos el siguiente ejercicio:

Los estudiantes de la secundaria técnica número 1, en la materia de Matemáticas anotaron el número de hermanos que tienen. Al final de la clase, el profesor solicitó que obtuvieran el promedio, la moda y mediana con los siguientes datos: 3,5,0,5,2,1,1,2,3,0,1,1,0.

Media o promedio

$$\begin{aligned}\Sigma &= 3+ 5+0+5+2+1+1+2+3+0+1+1+ \\ &= \frac{24}{12} \\ \bar{x} &= 2\end{aligned}$$

Mediana

$$\begin{array}{cccccccccccc} & & & & & \downarrow & \downarrow & & & & & & \\ & & & & & 0, & 0, & 1, & 1, & 1, & 1, & 2, & 2, & 3, & 3, & 5, & 5, \\ & & & & & & & & & & & \Sigma = & \frac{1+2}{2} \\ & & & & & & & & & & & \Sigma = & 1.5\end{array}$$

El dato central es tanto el 1 como el 2, por lo tanto, se suman y se dividen entre dos.

Moda

$$\begin{aligned}M_o &= 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5 \\ M_o &= 1\end{aligned}$$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

Las notas obtenidas de algunos alumnos de francés fueron 5, 7, 4, 8, 6, 9, 7, 7, 6, 5, 7.

Calcular la media, moda y mediana.

Solución.

Media o promedio $\Sigma = 5, 7, 4, 8, 6, 9, 7, 7, 6, 5, 7.$
 $= \frac{71}{11}$
 $\bar{x} = 6.45$

Mediana \Downarrow
4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9.
 $x = 7$

Moda $Mo = 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9.$
 $Mo = 7$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

ESPACIO MUESTRAL

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante identificará el concepto y las características principales de un espacio muestral estadístico.

De manera general la probabilidad se utiliza para definir el cálculo matemático que establece todas las posibilidades que existen de que ocurra un fenómeno en determinadas circunstancias de azar. Por lo tanto, dentro de la probabilidad se estudia el espacio muestral o espacio de muestreo que se define como a un conjunto de todos los resultados posibles individuales de un experimento aleatorio, esta nos sirve para calcular la frecuencia con que se obtiene los resultados de una experiencia aleatoria.²

Ejemplos de este apartado podrían ser el lanzar una moneda, un dado, un contenedor con canicas, cartas, nacimientos, etc.

Analizando lo anterior veamos la siguiente muestra:

Ejemplo:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que una pareja en tres nacimientos tenga tres niños?

Opciones	1er Nacimiento	2do Nacimiento	3er Nacimiento
1	Niño	Niño	Niño
2	Niño	Niño	Niña
3	Niño	Niña	Niño
4	Niña	Niño	Niño
5	Niño	Niña	Niña

Se observa que el espacio muestral son tres nacimientos, por tanto, se observa que solo existe una opción de tener tres niños, es decir:

$$p = \frac{1}{5}$$

$$p = 0.2$$

Analizando el resultado obtenemos que la probabilidad de tener tres niños en tres nacimientos es de $\frac{1}{5}$ o 0.2

² Vargas, B. L. M. A.; Carvajal, S. C. X., & Rodríguez Grajales, R. J. (2020). *Espacio Muestral en la Teoría de la Probabilidad*. pp. 84-87

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

Una caja de dulces contiene paletas de sabores: 5 uva, 3 limón, 2 cereza y 3 piñas. Si se extrae una paleta de la caja, ¿Qué probabilidad hay de extraer una paleta uva?

$$P(F) = \frac{\text{Número de casos favorables } F}{\text{Número de casos totales}}$$

Solución:

$$\Sigma = 5 + 3 + 2 + 3$$

$$\Sigma = 13$$

$$P(F) = \frac{\text{Número de casos favorables } F}{\text{Número de casos totales}}$$

Uva	Cereza
$P(F) = \frac{5}{13}$	$P(F) = \frac{2}{13}$
$P(F) = 0.3$	$P(F) = 0.1$
Limón	Piña
$P(F) = \frac{3}{13}$	$P(F) = \frac{3}{13}$
$P(F) = 0.2$	$P(F) = 0.2$

La medición de la probabilidad de la paleta de uvas es: $\frac{5}{13}$ ó 0.3

Es decir, tiene mayor probabilidad la paleta de uva, que las paletas restantes.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

PORCENTAJES

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante resolverá situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático de porcentajes.

En matemáticas y estadística, se llama porcentaje a la expresión de una cantidad determinada como una fracción de cien partes iguales (100).³ Por definición el porcentaje es la relación de proporcionalidad entre dos unidades o entre una unidad y un conjunto de ellas, expresado en términos de x por cada 100 unidades y haciendo uso de un lenguaje matemático se lee “de *tanto* por ciento...” y se simboliza con un “%”.

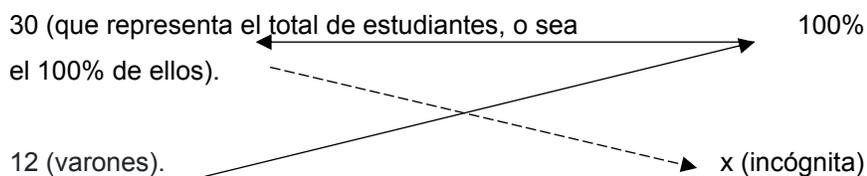
Para fortalecer lo que antes se expuesto analicemos el siguiente ejemplo:

De un grupo de 30 estudiantes, 12 son varones. ¿Qué porcentaje representa a los varones?

$$12 / 30 \times 100 = 40.$$

Otra forma de plantear la operación es mediante la regla de tres:

Datos:



$$x = \frac{(12)(100)}{30} = 40\% \quad \text{Es decir que 40\% de los estudiantes son varones.}$$

³ Extraído de: <https://concepto.de/porcentaje/consultado> el 22 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

Un trabajador desea saber cuánto le quitan de su salario mensual de un préstamo que solicitó. En la fábrica le informan que se le retiene aproximadamente el 9 % de su salario mensual. Dado que dicho salario es de 12,000 pesos, ¿cuánto le quitan del préstamo solicitado cada mes?

Solución:

Datos

\$ 12,000	100%
X (incógnita)	9 %

$$x = \frac{(12000)(9)}{100}$$

$$x = \frac{108\,000}{100}$$

$$x = 1,080$$

Por lo tanto, le descuenta \$1,080, recibiendo un sueldo mensual de \$10,920.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

SERIES Y SUCESIONES

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante desarrollará la habilidad de construir nociones matemáticas de las sucesiones.

Una sucesión es un conjunto de cosas (normalmente números) en un cierto orden.⁴, de forma matemática su denotación se muestra a continuación:

- Su anotación es a_n es el término
- n es la posición de ese término

Ejemplo: 15, 18, 21, 24, 27 ... n

Nota cabe señalar que n es la posición que tiene el término.

$n = 3$ son los espacios o interválos que existe en cada denotacion numerica.

$$3(5) = 15$$

$$3(6) = 18$$

$$3(7) = 21$$

$$3(8) = 24$$

$$3(9) = 27$$

Clasificación de las series:

Según la cantidad de términos:	Finitas: es una sucesión que tiene final.
	Infinitas: es una sucesión que no tiene final.
Según el orden de los elementos:	Ascendentes: van de un número menor a uno mayor. (Progresivas).
	Descendentes: van de un número mayor a uno menor (Regresivas).
	Alternadas: los términos se alternan, ya sea que uno crezca y el siguiente decrezca o que uno sea positivo y el siguiente negativo, o ambos cambios a la vez.

A continuación, se presentan algunos ejercicios para ejemplificar el material teórico.

⁴ Extraído de:

https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa_ixtlahuaco/2019/1/PensamientoLogicoALgebraico.pdf

<https://www.disfrutalasmaticas.com/algebra/sucesiones-series.html> consultado el 22 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Ejemplo 1.

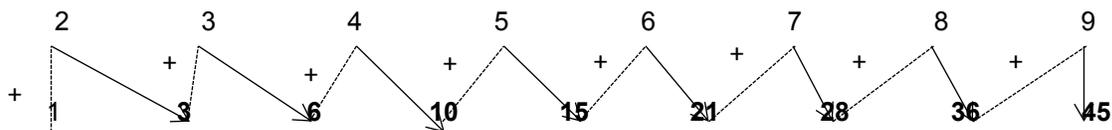
$\{3,5,7,9,11, \dots\}$ Se cumple la regla de: $2n + 1$ $R = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19 \dots\}$	$X_n = 2n + 1$ $X_n = 2(1) + 1 = 3$ $X_n = 2(2) + 1 = 5$ $X_n = 2(3) + 1 = 7$ $X_n = 2(4) + 1 = 9$ $X_n = 2(5) + 1 = 11$ $X_n = 2(6) + 1 = 13$ $X_n = 2(7) + 1 = 15$ $X_n = 2(8) + 1 = 17$ $X_n = 2(9) + 1 = 19$
---	---

Ejemplo 2.

Esta sucesión tiene un factor 2 entre cada dos términos. La regla es $X_n = 2n$
 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256...

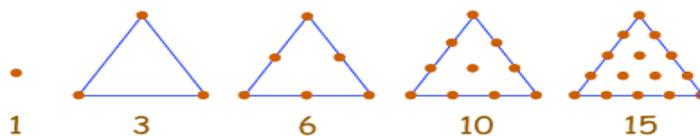
Ejemplo 3:

En tanto, una sucesión aritmética cada término se calcula multiplicando el valor anterior por una constante.



Se obtiene: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45 ...

Ejemplo 4. También nos encontramos con las sucesiones geométricas, las cuales, se genera a partir de una pauta de puntos de una figura.



Añadiendo otra fila de puntos y contando el total encontramos el siguiente número de la sucesión.

Su denotación es usar la regla: $x_n = n(n+1) / 2$

- El quinto número triangular es $x_5 = 5(5+1) / 2 = 15$,
- El sexto es $x_6 = 6(6+1) / 2 = 21$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Demostración a lo anterior:

$x_n = n(n+1)/2$	$X_1 = 1(1+1)/2$	$X_2 = 2(2+1)/2$	$X_3 = 3(3+1)/2$	$X_4 = 4(4+1)/2$	$X_5 = 5(5+1)/2$
	$X_1 = 1(2)/2$	$X_2 = 2(3)/2$	$X_3 = 3(4)/2$	$X_4 = 4(5)/2$	$X_1 = 5(6)/2$
	$X_1 = 2/2$	$X_2 = 6/2$	$X_3 = 12/2$	$X_5 = 20/2$	$X_1 = 30/2$
	$X_1 = 1$	$X_2 = 3$	$X_3 = 6$	$X_6 = 10$	$X_1 = 15$

Actividad de aprendizaje

Práctica lo aprendido encontrando los siguientes tres números, que se encuentran detrás del 17, en la siguiente sucesión:

17, 13, 9, 5, 3

$$x_n = 2n - 3$$

$$x_n = 2(10) - 3 = 17$$

$$x_n = 2(8) - 3 = 13$$

$$x_n = 2(6) - 3 = 9$$

$$x_n = 2(4) - 3 = 5$$

$$x_n = 2(2) - 3 = 3$$

$$x_n = 2n - 3$$

$$x_n = 2(12) - 3 = 21$$

$$x_n = 2(14) - 3 = 25$$

$$x_n = 2(16) - 3 = 29$$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

ARITMÉTICA: OPERACIONES CON FRACCIONES

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante analizará las operaciones de fracciones y las pondrá en práctica en diferentes contextos aritméticos.

La fracción a/b es irreducible si el máximo común divisor de a y b es 1. Esto significa que el resultado de la división a/b es un número decimal.⁵

Dada una fracción a/b ,

- a es el numerador
- b es el denominador

Si una fracción no es irreducible, podemos transformarla en una fracción irreducible dividiendo el numerador y el denominador entre su máximo común divisor.

Otro método para simplificar es escribir numerador y denominador como productos para eliminar los factores comunes.

Analicemos los siguientes ejemplos:⁶

SUMA

Cuando dos fracciones tienen el mismo denominador, su suma se calcula sumando los numeradores:

$$\frac{n}{d} + \frac{m}{d} = \frac{n+m}{d}$$

Ejemplo:

$$\frac{7}{2} + \frac{3}{5} = \frac{35+6}{10} = \frac{41}{10}$$

RESTA

La resta de dos fracciones con denominador común se calcula restando sus numeradores:

$$\frac{n}{d} - \frac{m}{d} = \frac{n-m}{d}$$

Ejemplo:

$$\frac{8}{3} - \frac{4}{6} = \frac{48-12}{18} = \frac{36}{18}$$

⁵ Extraído de: <https://www.ESO/fracciones/irreducible/fraccion-irreducible-ejemplos-problemas-resueltos-fracciones-equivalentes.html> consultado el 22 de febrero de 2024.

⁶ Extraído de: <https://www.problemasyequaciones.com/fracciones/operaciones/sumar-restar-multiplicar-dividir-numerador-denominador-problemas-ejercicios-resueltos.html> consultado el 22 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

MULTIPLICACION

La multiplicación de fracciones es muy fácil de calcular y no importa si tienen denominador común o no:

$$\left(\frac{a}{m}\right) \cdot \left(\frac{b}{n}\right) = \frac{ab}{mn}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{8}{6}\right) \left(\frac{5}{2}\right) = \frac{40}{12}$$

DIVISIÓN

La división de fracción se calcula multiplicando numerador y denominador en cruz:

$$\frac{n}{m} \div \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b}{m \cdot a}$$

Ejemplo:

$$\frac{7}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{35}{6}$$

Actividad de aprendizaje

Encuentre el resultado de las siguientes operaciones de fracciones.

$$\left(\frac{5}{2}\right) \left(\frac{6}{4}\right) \left(\frac{7}{3}\right) = \quad \frac{6}{8} + \frac{2}{5} = \quad \frac{7}{9} \div \frac{3}{4} =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right) \left(\frac{6}{4}\right) \left(\frac{7}{3}\right) = \left(\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 3}\right) = \frac{210}{16}$$

$$\frac{6}{8} + \frac{2}{5} = \frac{30+16}{40} = \frac{46}{40} = \frac{23}{20}$$

$$\frac{7}{9} \div \frac{3}{4} = \frac{28}{27}$$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

OPERACIONES ARITMÉTICAS: SÍMBOLOS DE AGRUPACIÓN, LEY DE LOS SIGNOS.

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante reconocerá la importancia de utilizar los signos de agrupación en una cadena de operaciones.

Los símbolos de agrupación asocian cantidades de tal manera que la operación que se encuentra dentro de ellos tiene prioridad. Para agrupar varios términos se utiliza paréntesis. Para agrupar varios términos o factores con paréntesis se utiliza corchete. Para agrupar términos o factores compuestos con paréntesis, corchetes y términos sencillos, se utiliza llaves.

Lo anterior es un procedimiento, basado principalmente en la Propiedad Distributiva de la Multiplicación Respecto a la Suma, cuyo objetivo es eliminar todos los símbolos de agrupación presentes en una expresión.

Los signos de agrupación sirven para dar prioridad a las operaciones que están dentro de ellos. Estos signos son: Paréntesis: () Corchetes: [] Llaves: { }.⁷

Orden de la jerarquía de las operaciones:

- 1) Realizar procedimiento de exponentes, raíz y multiplicación.
- 2) Operación de paréntesis
- 3) Multiplicación
- 4) Operación del corchete
- 5) Finalmente, operación de sumas y restas

Desarrollemos el siguiente ejemplo de acuerdo al orden de la jerarquía de las operaciones:

$$8 - [3 * (2^3) + (4 + 3 * 8)] - 5 + \sqrt{9} =$$

$$8 - [3 * 8 + (4 + 24)] - 5 + 3 = \quad 1$$

$$8 - [3 * 8 + (28)] - 5 + 3 = \quad 2$$

$$8 - [24 + 28] - 5 + 3 = \quad 3$$

$$8 - 52 - 5 + 3 = \quad 4$$

$$= - 46 \quad 5$$

⁷ Extraído de: <https://www.caosyciencia.com/signos-agrupacion/> consultado el 22 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

Realice los siguientes ejemplos de acuerdo al orden de la jerarquía de las operaciones.

$$4 + \{2 \cdot 3 + 2 - (4 - 1) - 7\} =$$

$$16 - 3(-5 + 4) - 2 + 12 =$$

$$4 + \{2 \cdot 3 + 2 - (4 - 1) - 7\} =$$

$$4 + \{6 + 2 - 3 - 7\} =$$

$$4 + \{8 - 3 - 7\}$$

$$4 + \{5 - 7\} =$$

$$4 + \{-2\} =$$

$$4 - 2 = 2$$

$$16 - 3(-5 + 4) - 2 + 12 =$$

$$16 - 3(-1) - 2 + 12 =$$

$$16 + 3 - 2 + 12 =$$

$$19 - 2 + 12 =$$

$$17 + 12 =$$

$$29$$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

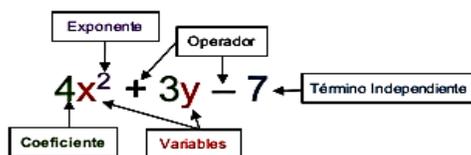
ALGEBRA: OPERACIONES CON POLINOMIOS

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante reconocerá el concepto de polinomio, el grado y tipos para resolver sus operaciones básicas.

Los polinomios se definen como una expresión algebraica formada por la combinación de varios términos que están unidos entre sí mediante operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división.

La palabra polinomio proviene de las palabras griegas “poli” que significa muchos y “nomio” que quiere decir término, así que polinomio es “muchos términos”.



Tipos de polinomios

Por el número de términos se nombran de la siguiente forma:

- Binomio: es una expresión polinomial que contiene sólo dos términos.
- Trinomio: es la expresión polinomial que contiene únicamente 3 términos.
- Polinomio: cuando la expresión polinomial tiene más de tres términos simplemente se le llama polinomio, aunque existen las denominaciones cuatrinomio, quintinomio pero son poco usadas.

Grado de un polinomio

Se define como el mayor grado de un monomio dentro de un polinomio y viene dado por el mayor exponente de la variable. Por ejemplo, $7x^2 - 2y + 5$, el grado es 2.

Por tanto se en una expresión algebraica se puede encontrar por grado:

- Polinomio lineal: donde su mayor grado es 1. Para este caso todos los términos tienen grado 1 o exponente igual a 1.
- Polinomio cuadrático: es una expresión polinómica donde la variable o término de grado más alto es 2.
- Polinomio cúbico: es aquel polinomio cuyo término de mayor grado es igual a 3.⁸

Ejemplo:

⁸ Extraído de: <https://www.universoformulas.com/matematicas/algebra/tipos-polinomios/>
<https://content.nroc.org/DevelopmentalMath.HTML5/U11L3T2/TopicText/es/textbook.html> consultado el 22 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Suma o resta de Polinomios

$$(5y^2 + 4x^3 - 2) + (x^3 - 6y^2 - 4) =$$

1. Ordenar las variables

$$(4x^3 + 5y^2 - 2) + (x^3 - 6y^2 - 4) =$$

2. Eliminar los paréntesis, ordenar términos con misma variable y exponente.

$$4x^3 + x^3 + 5y^2 - 6y^2 - 2 - 4 =$$

3. Sumar o restar los términos semejantes, respetando la ley de los signos para la suma y resta.

$$4x^3 + x^3 = 5x^3$$

$$5y^2 - 6y^2 = -y^2$$

$$-2 - 4 = -6$$

4. Resultado de la operación de polinomios.

$$5x^3 - y^2 - 6$$

Multiplicación de Polinomios

$$(3x - 7)(2x + 4) =$$

$$(3x)(2x) + (3x)(4) + (-7)(2x) + (-7)(4) =$$

1. Primero, multiplicamos el monomio x del primer polinomio por los dos monomios del segundo. Después, hacemos lo mismo con el segundo monomio.

$$6x^2 + 12x - 14x - 28 =$$

2. Simplificamos el resultado, sumando o restando términos semejantes.

$$6x^2 - 26x - 28 = 0$$

3. Resultado de la operación de polinomios.

División de Polinomios

$$\frac{18x^3 - 6x^2 + 15x}{3x} =$$

$$\frac{18x^3}{3x} - \frac{6x^2}{3x} + \frac{15x}{x} =$$

$$6x^2 - 2x + 15$$

1. Se divide el coeficiente de cada término del polinomio por el número en cuestión.

2. Una vez realizada la división, no olvidemos la ley de los exponentes en la división que indica resta. Obteniendo el resultado final.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

Una vez analizando lo anterior, practica realizando las siguientes operaciones con polinomios.

$$1. \frac{49m^3 n^2 + 14m^2 n - 21m}{7mn} =$$
$$7m^2 n + 2m - 3n$$

$$2. (8x + 5)(6x - 4) =$$

$$(8x)(6x) + (8x)(-4) + (5)(6x) + (5)(-4) =$$

$$48x^2 - 32x + 30x - 20 =$$

$$48x^2 - 2x - 20$$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

ALGEBRA: ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA

OBJETIVO ESPECÍFICO

El postulante reconocerá las ecuaciones de primer grado con una incógnita y las aplicará en diferentes situaciones para dar solución.

Una ecuación es una igualdad algebraica en la cual aparecen letras (incógnitas) con valor desconocido.⁹

El grado de una ecuación viene dado por el exponente mayor de la incógnita.

- Solucionar una ecuación es determinar el valor o valores de las incógnitas que transformen la ecuación en una identidad.
- Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.
- Para conseguir ecuaciones equivalentes, sólo se pueden efectuar alguna de las siguientes propiedades:
 - 1: Sumar o restar a las dos partes de la igualdad una misma expresión.
 - 2: Multiplicar o dividir las dos partes de la igualdad por un número distinto de cero.

Ejemplo:

Resolver para x. $x + 2 = 2x + 6$

$$4x + 2 = 2x + 6$$

Dada la ecuación

Se ordenan los términos de la variable y los valores numéricos. Siguiendo

$$4x - 2x = 6 - 2$$

el orden de las operaciones a la inversa.

$$2x = 4$$

Usando la ley de los signos se hace la operación correspondiente.

$$x = \frac{4}{2}$$

Se despeja x, realizando el orden de la operación a la inversa

$$x = 2$$

Se hace la operación que se indica, obteniendo el valor final de la incógnita x.

⁹ Extraído de: <https://www.matetam.com/glosario/definicion/grado-una-ecuacion> consultado el 22 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje

Resuelve las siguientes ecuaciones con una incógnita.

a)

$$3x + 2 = 41$$

$$3x + 2 = 41$$

$$3x = 41 - 2$$

$$3x = 39$$

$$x = \frac{39}{3}$$

$$x = 13$$

b)

$$2x - 3 = -x - 9$$

$$2x - 3 = -x - 9$$

$$2x + x = -9 + 3$$

$$3x = -6$$

$$x = \frac{-6}{3}$$

$$x = -2$$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

TRIGONOMETRÍA

OBJETIVO ESPECIFICO

El postulante reconocerá los conceptos básicos de la teoría de conjuntos, adquirirá las herramientas que le permitirán ordenar y clasificar la información de forma lógica y sencilla. Así mismo, analizará el concepto de función y será capaz de distinguir y comparar la definición de Función y Relación para representar su diagrama; valorará sus elementos en una gráfica y finalmente la calculará partiendo de un análisis y datos críticos.

Teoría de conjuntos

Se le llama conjunto a una colección de objetos de cualquier naturaleza, denominados elementos del conjunto. Por ejemplo, los libros de una biblioteca, una parvada, los números, las letras del abecedario, etc. Dos conjuntos A y B son iguales, si tienen exactamente los mismos elementos, es decir $A = B$. De lo contrario se dice si los conjuntos son diferentes se escribe $A \neq B$.

El conjunto $\{ \}$ que no tienen ningún elemento se le llama conjunto vacío y se denota con el símbolo \emptyset .

El conjunto universal que normalmente se denota con la letra U, es un conjunto cuyo objeto de estudio son los subconjuntos del mismo.¹⁰

Demostración:

$U = \{x/x \text{ son los días de la semana}\}$

$A = \{x/ \text{ es semana inglesa}\}$

$B = \{x/ \text{ es un día impar empezando en lunes}\}$

$C = \{x/x \text{ es el día de la semana que corresponde al número de letras de acuerdo a } x > 9\}$

Desarrollo:

$U = \{x/x \text{ son los días de la semana}\}$

$U = \{\text{lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado y domingo}\}$

$A = \{x/ \text{ es semana inglesa}\}$

$A = \{\text{lunes, martes, miércoles, jueves, viernes}\}$

$B = \{x/ \text{ es un día impar empezando en lunes}\}$

$B = \{\text{lunes, miércoles, viernes, domingo}\}$

¹⁰ García, M. Á. y Rodríguez, L. M. (2005). *Matemáticas 4*, Bachillerato. Editorial ST Distribución, S.A de C.V. pp. 11-14.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

$C = \{x/x \text{ es el día de la semana que corresponde al número de letras de acuerdo a } x > 8\}$

$C = \{\text{miércoles}\}$

Actividad de aprendizaje 1

Reafirmando la teoría anteriormente descrita, da respuesta a las siguientes notaciones.

$U = \{x/x, \text{ son los planetas}\}$

$A = \{x/x, \text{ planetas que inician con la letra M}\}$

$B = \{x/x, \text{ es el planeta que corresponde al número de letras de acuerdo a } x = 5\}$

Solución:

$U = \{x/x, \text{ son los planetas}\}$

$U = \{\text{Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno, Plutón}\}$

$A = \{x/x, \text{ planetas que inician con la letra M}\}$

$A = \{\text{Mercurio, Marte}\}$

$B = \{x/x, \text{ es el planeta que corresponde al número de letras de acuerdo a } x = 5\}$

$B = \{\text{Venus, Marte, Urano}\}$

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Diagrama de Venn

Los diagramas de Venn sirven para representar conjuntos de grafica mediante dibujos o diagramas que pueden ser círculos, cuadrados o triángulos o cualquier curca cerrada.

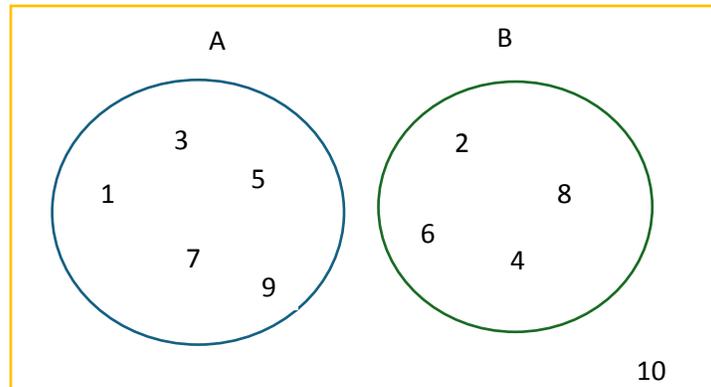
Su notación es que se dibuja un rectángulo que representa el conjunto universal y dentro de este se representan los conjuntos.

La unión de los conjuntos A, B y C, es la suma de todos los elementos de dichos conjuntos. Esta unión puede ser entre dos o más conjuntos. ¹¹

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$



¹¹ *Ibidem.* pp. 14-15.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje 2

Desarrolla la habilidad de lo aprendido, diseñando el Diagrama de Venn, de la siguiente notación.

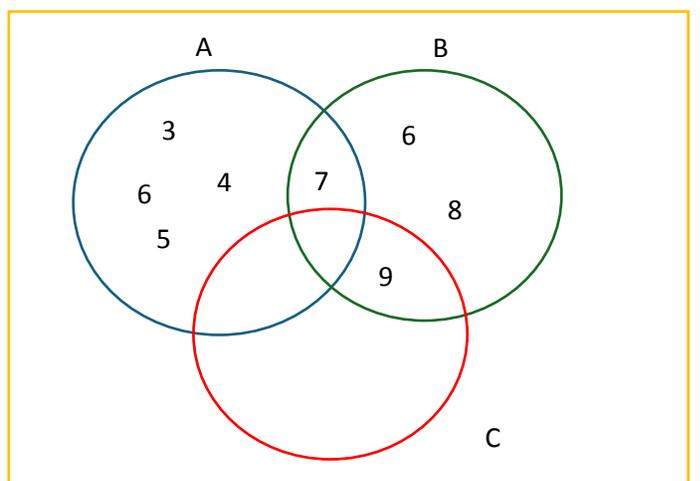
$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{9\}$$

Solución:



Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Relaciones y Funciones

Una Relación es la correspondencia de un primer conjunto, llamado Dominio, con un segundo conjunto, llamado Contradominio o rango, de manera que a cada elemento del Dominio le corresponde uno o más elementos del contradominio.

Por su parte, una función es una relación a la cual se añade la condición de que a cada valor del Dominio le corresponde uno y sólo un valor del Recorrido.

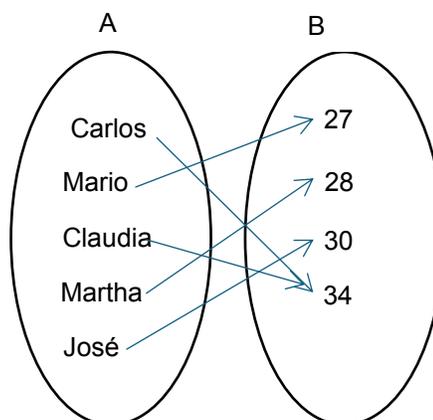
De las definiciones anteriores podemos deducir que todas las funciones son relaciones, pero no todas las relaciones son funciones.

También debemos agregar que toda función es una Relación, pero no toda relación es una Función.

Todas las Relaciones pueden ser graficadas en el Plano Cartesiano o representadas por diagramas.

Dados dos conjuntos A y B una relación definida de A en B es un conjunto de parejas ordenadas (par ordenado) que hacen verdadera una proposición.¹²

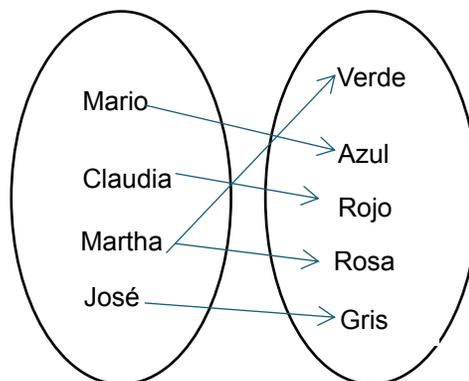
A	B
Carlos	34
Mario	27
Claudia	34
Martha	28
José	30



Corresponde a una FUNCIÓN porque cada elemento del conjunto A solo le corresponde a un elemento del conjunto B.

¹² Extraído de <https://matematicasinteractivasanboni.wordpress.com/funciones/> Consultado el 22 de febrero de 2024.

A	B
Martha	Verde
Mario	Azul
Claudia	Rojo
Martha	Rosa
José	Gris



Corresponde a una RELACIÓN porque un elemento del conjunto A (Martha), tiene dos elementos del conjunto B (verde y rosa).

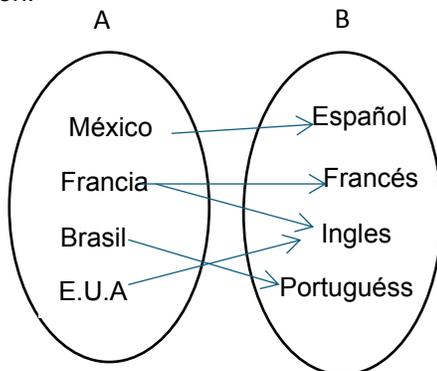
Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje 3

De acuerdo a lo aprendido, observa la siguiente tabulación y diseña su diagrama identificando si es Función o Relación.

A (País)	B (Idioma oficial)
México	Español
Francia	Francés
	Ingles
Brasil	Portugués
E.U.A.	Ingles

Solución:



Corresponde a una RELACIÓN porque un elemento del conjunto A le corresponden dos elementos del conjunto B.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

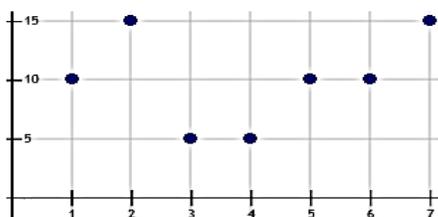
Determinar la función

Una función es una manera de relacionar dos magnitudes de forma unívoca. La primera de esas magnitudes se denomina variable independiente y la segunda variable dependiente. Además, hemos visto que toda función (de una variable). Una función se expresa $y=f(x)$.

Los dos principales elementos de una función son los posibles valores que pueden tomar ambas variables (dependiente e independiente).

- Se llama Dominio de una función al conjunto de valores que puede tomar la variable independiente. El dominio de una función del tipo $y=f(x)$ suele representarse con alguna de estas expresiones: $D(f)$, $Dom(f)$.
- Se llama Recorrido, Rango o Imagen de una función al conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente, es decir, es el conjunto de valores que puede alcanzar la función. El recorrido de una función del tipo $y=f(x)$ suele representarse con alguna de estas expresiones: $Im(f)$, $R(f)$, $Rango(f)$.¹³

El administrador de una empresa está estudiando la función de la producción de la empresa de plásticos. Dicha función $f(x)$ que proporciona el número de millares de artículos de plástico fabricados en el día x de una determinada semana.



- ¿Cuál es el dominio de la función?
- ¿Cuál es el recorrido de la función?
- ¿Cuántos artículos en total se han fabricado en dicha semana?

Desarrollo:

- El dominio son los elementos que comprende el eje de las "x".
 $D(f) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- El contradominio es el recorrido, que se proyecta en el eje de las "y".
 $C\ Im(f) = \{5, 10, 15\}$
- El número total de artículos de plásticos fabricados es de:

x	1	2	3	4	5	6	7	Días
y	10	15	5	5	10	10	15	Producción

¹³ Extraído de http://descartes.cnice.mec.es/Descartes1/Bach_HCS_1/Funciones_forma_definir_funcion/elemens.htm

Consultado el 22 de febrero de 2024.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

$$f(x) = 10 + 15 + 5 + 5 + \dots + 10 + 10 + 15$$

$$f(x) = 70 \text{ millares}$$

Actividad de aprendizaje 4

Analizando los conceptos y el desarrollo, da solución al siguiente caso.

Un tinaco para el agua tiene una capacidad 750 lts. Una familia consume un promedio de 110 lts de agua por día. ¿Qué cantidad de agua consume en el cuarto día? ¿Suponiendo que no ingresa más agua al tinaco?

Solución:

x	1	2	3	4	Días
y	110	220	330	440	Litros

La expresión algebraica al contexto es $f(x) = 110x$, se solicita $q(x)$ la cantidad de agua consume al cuarto día. Se sustituye $y = (110)(4)$, se obtiene $y = 440$ lts.

Función y elementos de una función

La fórmula o ecuación de una función es la expresión, en términos de operaciones algebraicas o de la relación de dependencia entre las dos variables.

$$\begin{array}{l} x \longrightarrow \text{Variable independiente} \\ y=f(x) \longrightarrow \text{Variable dependiente} \end{array}$$

La fórmula nos dice que operaciones debemos de hacer con cada valor de "x" para obtener el valor que corresponde a $y=f(x)$.

Ejemplo:

Determina la expresión algebraica de la función. Se realiza una campaña de vacunación en contra del COVID, los gastos de distribución son de \$ 1000 y los gastos de vacunación es \$300, por cada vacuna aplicada.

$y = 300x + 1000$, donde "y" es el dinero que se gasta en la campaña, "x" el número de vacunas puestas.

$$y = 300x + 1000$$

$$y = 300(1) + 1000$$

$$y = 1300$$

Si se aplica una vacuna el costo total es de: \$1300

$$y = 300x + 1000$$

$$y = 300(9) + 1000$$

$$y = 3700$$

Si se aplican nueve vacunas el costo total es de: \$ 3700

$$y = 300x + 1000$$

$$y = 300(50) + 1000$$

$$y = 16,000$$

Si se aplican cincuenta vacunas el costo total es de: \$ 16,000

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

Actividad de aprendizaje 5

Analizando lo anterior, calcula la función de acuerdo al siguiente planteamiento.

La función del peso $f(x)$ está en función del número de meses x del chango.

En un zoológico analizan el nacimiento de un chango, observando que aumenta 2.0 kg al mes. Pero hay que tener en cuenta que el chango nace pesando 3.5 kg- ¿calcula la función, para conocer cuánto pesa al año?

Solución:

$$y = 3.5 + 2x$$

$$y = 3.5 + 2(1)$$

$$y = 7 \text{ kg}$$

El primer mes pesa 7kg.

$$y = 3.5 + 2x$$

$$y = 3.5 + 2(12)$$

$$y = 27 \text{ kg}$$

Al año el chango pesa 27 kg.

Instituto Educativo del Noroeste S.C.

BIBLIOGRAFÍA

Vargas, B. L. M. A.; Carvajal, S. C. X., & Rodríguez Grajales, R. J. (2020). *Espacio Muestral en la Teoría de la Probabilidad*. Covalente.

García, M. Á. y Rodríguez, L. M. (2005). *Matemáticas 4*, Bachillerato. Editorial ST Distribución, S.A de C.V.

https://www.revista2.fcm.unc.edu.ar/Rev.2009.3/VARIABLES_CUESTA.pdf,

<https://concepto.de/porcentaje/consultado>

https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa_ixtlahuaco/2019/1/PensamientoLogicoALgebraico.pdf

<https://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/sucesiones-series.html>

<https://www.ESO/fracciones/irreducible/fraccion-irreducible-ejemplos-problemas-resueltos-fracciones-equivalentes.html>

<https://www.problemasyequaciones.com/fracciones/operaciones/sumar-restar-multiplicar-dividir-numerador-denominador-problemas-ejercicios-resueltos.html>

<https://www.caosyciencia.com/signos-agrupacion/>

<https://www.universoformulas.com/matematicas/algebra/tipos-polinomios/>

<https://www.universoformulas.com/matematicas/algebra/tipos-polinomios/>

<https://content.nroc.org/DevelopmentalMath.HTML5/U11L3T2/TopicText/es/textbook.html>

<https://www.matetam.com/glosario/definicion/grado-una-ecuacion>

<https://matematicasinteractivasanboni.wordpress.com/funciones/>

http://descartes.cnice.mec.es/Descartes1/Bach_HCS_1/Funciones_forma_definir_funcion/elemens.htm